

Mécanique quantique – L2

Antoine Bourget – Alain Comtet – Antoine Tilloy

Séance du 17 décembre 2014 - www.phys.ens.fr/~tilloy

Soutien 7 : États cohérents

On cherche à construire des états quantiques de l'oscillateur harmonique dont l'évolution est semblable à celle de l'oscillateur classique correspondant.

1 Retour sur la dynamique classique

1. Ecrire l'équation classique du mouvement sur x et la résoudre pour les conditions initiales ($x(0) = A, \dot{x}(0) = 0$). Quelle est l'impulsion p correspondante ?
2. Décrire le mouvement dans l'espace des phases ($x, p/m\omega_0$) à l'aide de la quantité :

$$x + ip/m\omega_0. \quad (1)$$

2 Propriétés des états cohérents

On définit l'état cohérent $|\alpha\rangle$ comme l'état propre de l'opérateur a de valeur propre α :

$$a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle. \quad (2)$$

1. A-t-on a priori $\langle\beta|\alpha\rangle = \delta_{\alpha,\beta}$?
2. Calculer les coefficients α_n du développement de $|\alpha\rangle$ sur les états propres $|n\rangle$, tels que :

$$|\alpha\rangle = \sum_n \alpha_n |n\rangle. \quad (3)$$

3. Calculer les valeurs moyennes de X et de P dans l'état $|\alpha\rangle$, et les variances associées ΔX^2 et ΔP^2 .
4. Calculer la valeur moyenne de $N = a^\dagger a$ dans l'état $|\alpha\rangle$, et la variance associée.
5. L'oscillateur est préparé à $t = 0$ dans l'état $|\Psi(0)\rangle = |\alpha\rangle$. Montrer que l'état $|\Psi(t)\rangle$ reste un état cohérent, caractérisé par un $\alpha(t)$ que l'on précisera.
6. Représenter finalement l'évolution temporelle de l'état du système dans l'espace des phases, la comparer à la dynamique classique de l'oscillateur et conclure.