

Mécanique quantique – L2

Chayma Bouazza - Antoine Bourget - Sébastien Laurent

Séance du 27 novembre 2015 - www.phys.ens.fr/~bourget

TD 7 : Evolution du paquet d'onde

1 Evolution du paquet d'onde

On cherche à établir l'évolution temporelle de la fonction d'onde d'une particule libre.

1. Soit $|\psi_0\rangle$ l'état de la particule à $t = 0$. Si l'on note $\psi_0(x) = \langle x|\psi_0\rangle$ et $\hat{\psi}_0(p) = \langle p|\psi_0\rangle$, quelle relation existe-il entre $\psi_0(x)$ et $\hat{\psi}_0(p)$?
2. Donner ensuite l'expression du vecteur d'état à l'instant t en représentation impulsion.
3. En déduire que l'on a :

$$\psi(x, t) = \int dx' \mathcal{G}(x, x', t) \psi_0(x'),$$

avec

$$\mathcal{G}(x, x', t) = \sqrt{\frac{m}{2i\pi\hbar t}} e^{im(x-x')^2/2\hbar t}.$$

Quel est l'analogie optique de cette relation ?

N.B. : on rappelle que pour α complexe (de partie réelle négative), on a :

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

4. On suppose que la taille initiale du paquet d'onde est petite devant la taille à l'instant t . Donner dans ce cas l'expression de $\psi(x, t)$.
5. Refaire le calcul avec une état de départ gaussien :

$$\psi_0(x') = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/4}} e^{-\frac{x'^2}{4\sigma^2}}.$$

Commenter.

2 Expérience d'interférences

On prépare à $t = 0$ le système de la première partie dans une superposition de deux paquets d'ondes centrés respectivement en 0 et a .

1. En utilisant les résultats de la partie précédente, donner l'expression de la fonction d'onde du système à un instant $t > 0$ (on supposera toujours la taille initiale des paquets d'ondes petite devant la taille à l'instant t).
2. Montrer que la distribution de probabilité présente des franges d'interférences dont on donnera le pas. Quel est l'analogie optique de cette expérience ?
3. La figure suivante est tirée d'une expérience réalisée sur des atomes de ^{87}Rb de masse $m = 1,45 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$. Le temps d'expansion est de 28 ms. Donner la séparation initiale des deux paquets d'ondes.

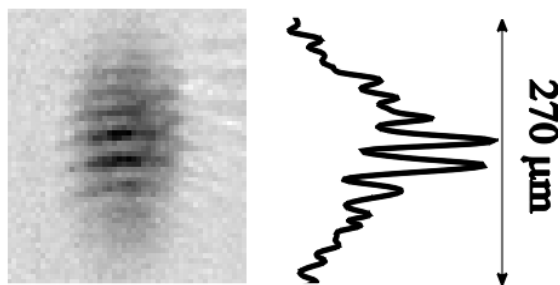


FIGURE 1 – Caption