Le problème de la gravité quantique

Antoine Bourget

IPhT, CEA Saclay

Université de Lorraine, Nancy, le 14 mars 2024

Le plus grand problème de la physique?

"La physique théorique est dans une impasse car elle repose sur des bases incompatibles ! "

"La mécanique quantique et la relativité sont des théories contradictoires, elles ne peuvent donc pas toutes les deux être correctes ! "

"Il est impossible de décrire la gravité avec des champs quantiques ! "

"La théorie est non-renormalisable, elle fait des prédictions qui divergent, elle est donc à jeter ! "

Outline

Gravité et électromagnétisme

Electromagnétisme	**Gravité**
Portée infinie	Portée infinie
$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r$	$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{e}_r$
$V = k \frac{q_1 q_2}{r} \vec{e}_r$	$V = -G \frac{m_1 m_2}{r}$
Attractif / Répulsif	Toujours attractif
Echanges de photons	Echanges de gravitons
Masse $m = 0$	Masse $m = 0$
Spin $s = 1$	Spin $s = 2$
Intensité... normale ?	Très faible intensité !

D'une certaine façon, la gravité se comporte comme "le carré" de l'électromagnétisme !

Théorie quantique des champs

Comment élaborer une théorie quantique ?

1. Ecrire les lois classiques comme conséquences d'un **principe de moindre action** (Lagrangien)
2. Extraire de ce principe des **règles de calcul** pour des *amplitudes de probabilités*.
3. Les observables s'obtiennent en **moyennant toutes les histoires**.

Facile comme bonjour!

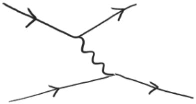
Théorie quantique des champs

Exemple de l'électromagnétisme :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \overline{\psi}(i\gamma^{\mu} D_{\mu} - m)\psi \qquad \text{avec} \qquad D_{\mu} = \partial_{\mu} - i e A_{\mu}$$

Règles de Feynman :

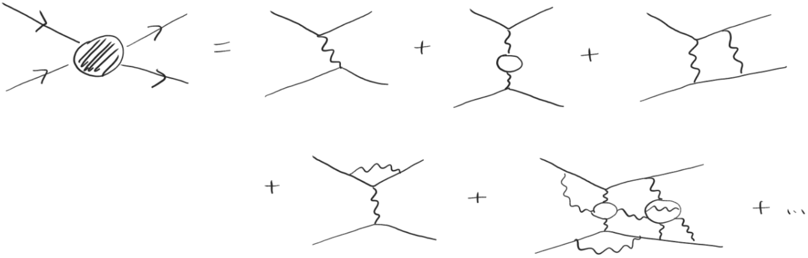
Calcul du potentiel de Coulomb :



$$V(r) = k \, \frac{e^2}{r}$$

Théorie quantique des champs

Mais on n'a pas sommé sur toutes les histoires !



Deux problèmes:

- Est-ce que la somme converge ?
- Est-ce que les termes sont finis individuellement ?

Réponse : Non et Non !

Théorie quantique des champs

Solutions :

- Quel est le comportement de ces séries quand $N \to \infty$, pour $\alpha > 0$ fixé ?

$$\sum_{n=0}^{N} \frac{\alpha^n}{n!} \qquad\qquad \sum_{n=0}^{N} \frac{n!}{\alpha^n}$$

Convergence : pour tout α et toute erreur $\epsilon > 0$ fixés, il existe N_0 tel que la somme soit ϵ-proche du résulat si $N > N_0$.
Série asymptotique : pour tout N et toute erreur $\epsilon > 0$ fixés, il existe α_0 tel que la somme soit ϵ-proche du résulat si $\alpha < \alpha_0$.

- Renormalisation.

 : $\infty \to$ fini

 : $\infty \to$ fini

 : $\infty \to$ fini

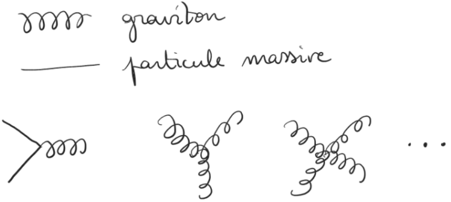
Gravité et moindre action

On décrit l'espace-temps à l'aide d'une métrique $g_{\mu\nu}(x)$. La courbure est une fonctionnelle $R[g]$, et on considère **l'action de Einstein-Hilbert**

$$S_{\mathrm{EH}}[g] = \int \mathrm{d}^4 x \, \sqrt{-\det g} \, R[g]$$

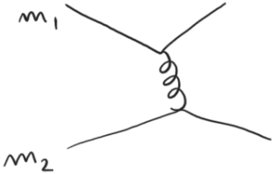
Les équations correspondantes sont les **équations d'Einstein** qui décrivent la dynamique de l'espace-temps.

Règles de Feynman :



Gravité et moindre action

Calcul du potentiel de Newton :



$$V(r) = -G\,\frac{m_1 m_2}{r}$$

Gravité et moindre action

Calcul à une boucle [Donoghue 1994] :

$$V(r) = -G\frac{m_1 m_2}{r}\left[\underbrace{1}_{\text{Classique}} + \underbrace{3G\frac{m_1+m_2}{rc^2}}_{\text{Relativité Générale}} + \underbrace{\frac{41}{10\pi}\frac{G\hbar}{r^2c^3}}_{\text{Quantique}} + \ldots\right]$$

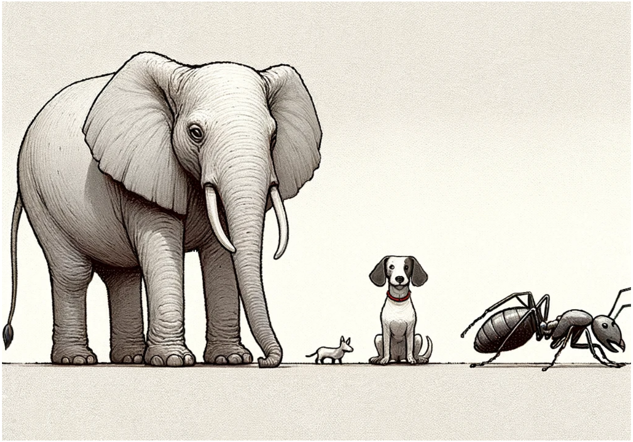
Ordres de grandeur :

	$r = R_\odot$	$r = \frac{2GM_\odot}{c^2}$
$G\frac{M_\odot}{rc^2}$	10^{-6}	$\frac{1}{2}$
$G\frac{\hbar}{r^2c^3} = \left(\frac{\ell_P}{r}\right)^2$	10^{-88}	10^{-76}

Problème : il y a une infinité de diagrammes à "renormaliser" dès qu'on veut sommer sur toutes les histoires...

Outline

L'importance des échelles



Masse, volume de tissus à alimenter en énergie $\sim L^3$
Force des muscles, surfaces de contact respiratoire $\sim L^2$

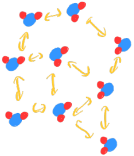
L'importance des échelles

Physique statistique :

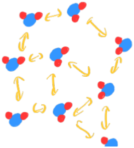
"More is different"

La physique aux grandes échelles peut-être qualitativement différente de la physique des constituants élémentaires, *et le lien n'est pas évident !*

$T = 274\ K$



$T = 272\ K$



L'importance des échelles

La physique dépend de **l'échelle** (de température, d'énergie, de distance, de temps).

Les domaines de la physique unifient ces échelles:

- Physique relativiste : $c = 299\,792\,458\,\mathrm{m/s}$.
- Physique quantique : $\hbar = \frac{h}{2\pi} = \frac{6.626\,070\,15 \cdot 10^{-34}}{2\pi}\ \mathrm{J \cdot s}$.
- Physique statistique : $k_B = 1.380\,649 \cdot 10^{-23}\mathrm{J/K}$.

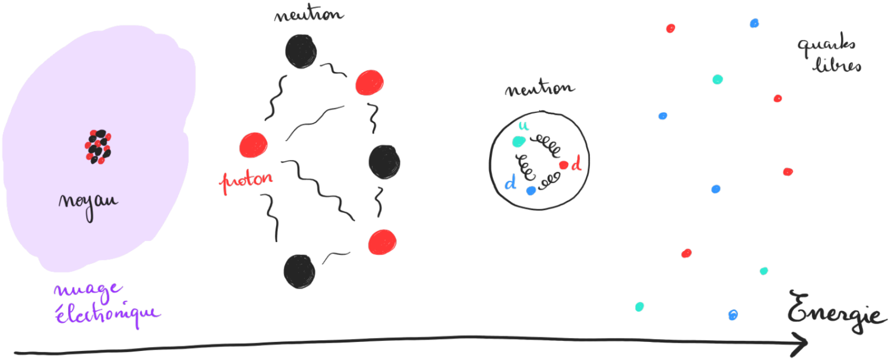
Unités naturelles: on fixe $c = \hbar = k_B = 1$ et on peut tout mesurer en énergie !

"Principe fondamental de la physique théorique"

La description d'un système se fait à l'aide d'un modèle valable à une échelle d'énergie donnée. Quand on change d'énergie, le modèle doit en général changer.

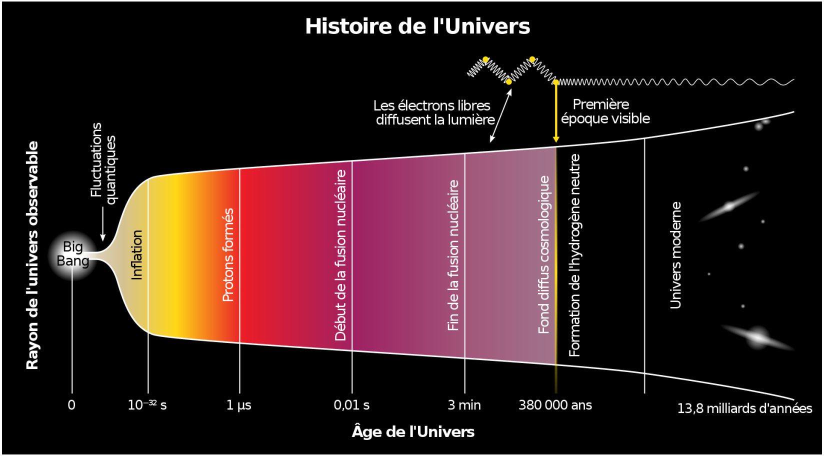
L'importance des échelles

En théorie quantique des champs, haute énergie = petite distance !



L'importance des échelles

En cosmologie, haute énergie = haute température = petit temps !



National Science Foundation, Yinweiche, Whidou & Simon Villeneuve, CC BY-SA 4.0.

L'importance des échelles

"Question fondamentale de la physique théorique"

Comment la description physique d'un système évolue-t-elle lorsque l'échelle d'énergie varie ?

Deux versants à cette question:

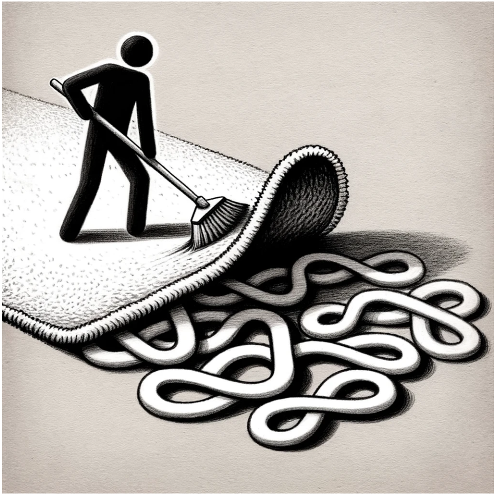
- Comment un système connu à basse énergie peut être décrit à haute énergie (par exemple, trouver un *modèle fondamental microscopique* pour les lois de l'univers, que nous connaissons à notre échelle)
- Comment un système de lois à haute énergie se traduit par un univers à basse énergie (par exemple, quelles sont les conséquences et prédictions expérimentales d'une théorie fondamentale donnée).

Parlons de théorie quantique...

Outline

La renormalisation

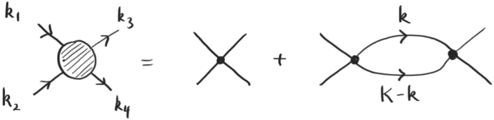
En théorie quantique des champs, a-t-on vraiment $\infty = 0$?



La renormalisation

Par exemple, dans une théorie avec un champ (scalaire) de masse m et un type d'intéraction

on peut calculer l'amplitude pour le processus

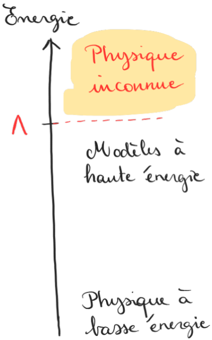


$$\mathcal{M} = -ig + \frac{1}{2}(-ig)^2 \int \frac{\mathrm{d}^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - m^2} \frac{i}{(K-k)^2 - m^2} + O(g^3)$$

L'intégrale diverge !

La renormalisation

Il faut *paramétrer notre ignorance* : la théorie n'est pas valable à toutes les échelles d'énergie, mais disons au moins jusqu'à Λ. Au-delà, on ne sait pas.



- C'est *heureux* ! On peut construire les théories physiques petit à petit.
- C'est *physique* ! Il ne s'agit pas d'une astuce mathématique.

La renormalisation

$$\mathcal{M} = -ig + iCg^2 \log \frac{\Lambda^2}{K^2} + O(g^3)$$

Mais quel est le sens physique de g? C'est la constante de couplage pour $K^2 = \Lambda^2$???

Une expérience permet de mesurer la constante de couplage réelle g_R. Cette expérience est faite à un certaine énergie μ, donc

$$-ig_R = -ig + iCg^2 \log \frac{\Lambda^2}{\mu^2} + O(g^3)$$

et donc

$$\mathcal{M} = -ig_R + iCg_R^2 \log \frac{\mu^2}{K^2} + O(g_R^3)$$

Le paramètre initial g était

$$g = \lim_{\mu \to \infty} g_R(\mu)$$

(... il se peut aussi qu'on ne puisse pas prendre $\mu \to \infty$...)

La renormalisation

Ainsi la "constante" de structure fine $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \times \frac{1}{\hbar c \epsilon_0} \sim \frac{1}{137}$:

$$\alpha(\mu) = \frac{\alpha(\mu_0)}{1 - \frac{2}{3\pi}\alpha(\mu_0)\log\frac{\mu}{\mu_0}}\,, \qquad \mu_0, \mu_1 >> m_e\,.$$

Etalonnage à basse énergie:

$$\alpha(0\,\mathrm{GeV}) \sim \frac{1}{137}$$

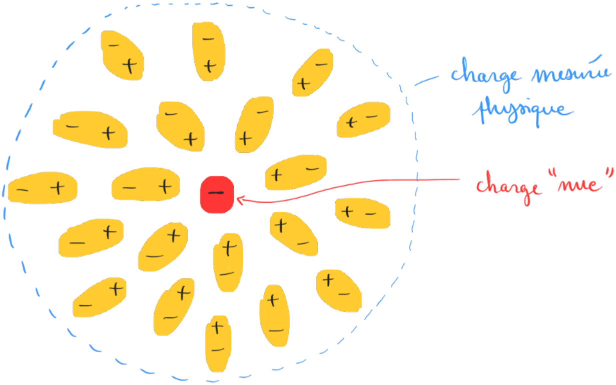
On trouve alors par exemple

$$\alpha(193\,\mathrm{GeV}) \sim \frac{1}{127}$$

Donc la charge de l'électron vaut e à basse énergie et $1,039 \times e$ à $193\,\mathrm{GeV}$.

La renormalisation

Interprétation par écrantage :



Note: $\alpha(\mu) \to \infty$ pour $\mu \sim m_e \exp\left(\frac{3\pi}{2\alpha}\right) \sim 10^{286}$ eV!

La renormalisation

Théories de jauge non-Abélienne pour le groupe $SU(N)$:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \overline{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \qquad \text{avec} \qquad D_\mu = \partial_\mu - i g A_\mu$$

Variation de la constante de couplage :

$$\beta(g) = M \frac{\partial g}{\partial M} = -\frac{g^3}{3(4\pi)^2}(11N - 2n_f) := -C g^3$$

Alors

$$g^2(\mu) = \frac{g(\mu_0)^2}{1 + 2 C g(\mu_0)^2 \log \frac{\mu}{\mu_0}}$$

Le comportement dépend du signe de $(11N - 2n_f)$.

Chromodynamique quantique : $N = 3$ et $n_f = 6$ donc $\beta < 0$: liberté asymptotique et esclavage infrarouge.

La renormalisation

The Nobel Prize in Physics 2004

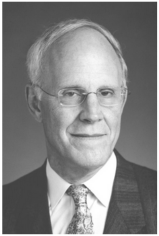


Photo from the Nobel Foundation archive.

David J. Gross

Prize share: 1/3

Photo from the Nobel Foundation archive.

H. David Politzer

Prize share: 1/3

Photo from the Nobel Foundation archive.

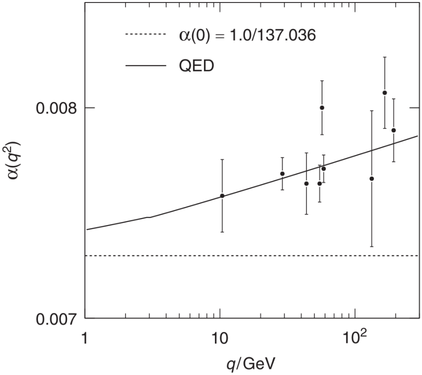
Frank Wilczek

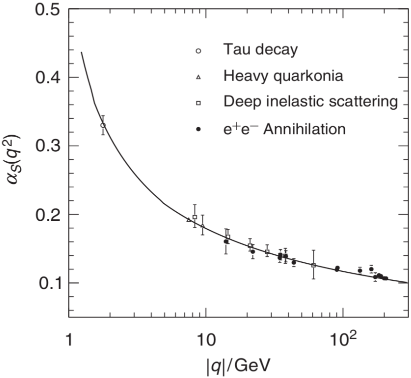
Prize share: 1/3

The Nobel Prize in Physics 2004 was awarded jointly to David J. Gross, H. David Politzer and Frank Wilczek "for the discovery of asymptotic freedom in the theory of the strong interaction"

La renormalisation

"Constantes" de couplage pour les interactions électromagnétique et forte:



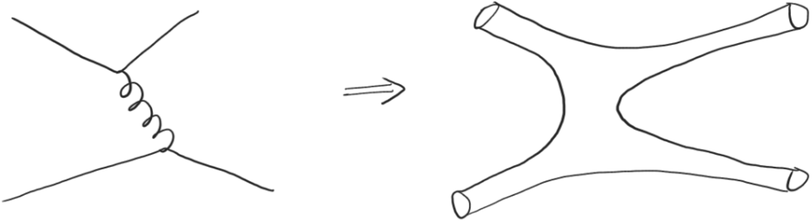


M. Thomson, Modern Particle Physics, CUP, 2013.

Outline

Théorie des cordes

Idée générale :

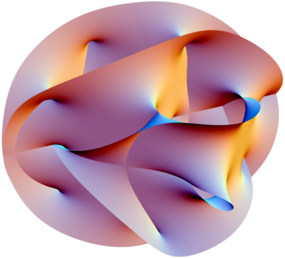


La corde a une longueur caractéristique ℓ_s qui joue un rôle de régulateur à haute énergie !

Théorie des cordes

Qu'est-ce qu'une théorie de gravité quantique ?

- Reproduit la RG à basse énergie
- Bien définie à toute échelle d'énergie (renormalisable)
- Respecte les principes quantiques (unitarité)
- Compatibilité avec les particules observées, la cosmologie, ...



Conclusion

Leçons à retenir :

1. **A basse énergie, la gravité (relativité générale) est compatible avec la physique quantique, et on sait très bien la manipuler !**
2. **La difficulté réside dans le changement de comportement en fonction de l'échelle d'énergie (renormalisation).**
3. **A toute énergie, la gravité est compatible avec la physique quantique (exemple : la théorie des cordes).**

Merci pour votre attention !