

# Physique des particules – TD9

www.antoinebourget.org/teaching/particules/

---

## Exercice 1

Pour deux particules libres  $a$  et  $b$  on définit

$$F = \sqrt{(p_a \cdot p_b)^2 - m_a^2 m_b^2}. \quad (1)$$

1. Justifier que dans la limite non-relativiste  $F \approx m_a m_b |\vec{v}_a - \vec{v}_b|$ .
2. Montrer que si  $\vec{p}_a$  et  $\vec{p}_b$  sont colinéaires on a  $F = E_a E_b |\vec{v}_a - \vec{v}_b|$ .
3. Montrer que  $F = \sqrt{s} |\vec{p}^*|$  où  $s = (p_a + p_b)^2$  et  $|\vec{p}^*|$  est la norme de l'impulsion dans le référentiel du centre de masse.

## Exercice 2

On considère un processus du type  $a + b \rightarrow 1 + 2$  dans deux référentiels différents : le référentiel du laboratoire (4-impulsions  $p_a, p_b$ , etc.) dans lequel la particule  $b$  est immobile (on étudie des collisions sur une cible fixe) et la particule  $a$  a une impulsion selon  $\vec{e}_z$  et le référentiel du centre de masse (4-impulsions  $p_a^*, p_b^*$ , etc.). On repère  $\vec{p}_1$  par les angles  $(\theta, \phi)$  tels que

$$\vec{p}_1 = |\vec{p}_1| (\sin \theta \cos \phi \vec{e}_x + \sin \theta \sin \phi \vec{e}_y + \cos \theta \vec{e}_z) \quad (2)$$

et de même pour  $\vec{p}_1^*$  et les angles  $(\theta^*, \phi^*)$ . Dans ce référentiel, on appelle aussi  $p_i^* = p_a^*$  and  $p_f^* = p_1^*$ .

On s'intéresse dans cet exercice à la distribution angulaire de la section efficace dans le référentiel du laboratoire c'est-à-dire à

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{nombre de particules 1 produites dans la direction } d\Omega \text{ par unité de temps}}{(\text{nombre de particules } b) \times (\text{flux incident } a)}. \quad (3)$$

1. Expliquer pourquoi on peut écrire dans n'importe quel référentiel

$$\sigma = \frac{1}{16\pi^2 F} \int |\mathcal{M}_{fi}|^2 \delta(E_a + E_b - E_1 - E_2) \delta^3(\vec{p}_a + \vec{p}_b - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \frac{d\vec{p}_1}{2E_1} \frac{d\vec{p}_2}{2E_2} \quad (4)$$

avec  $F$  introduit dans l'exercice précédent.

2. Montrer que (on rappelle que les grandeurs étoilées correspondent au référentiel du centre de masse)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2 |\vec{p}_f^*|}{64\pi^2 s |\vec{p}_i^*|}. \quad (5)$$

3. Justifier que  $\phi = \phi^*$ .

4. Montrer que

$$|\vec{p}_i^*| = \frac{\sqrt{(s - (m_a + m_b)^2)(s - (m_a - m_b)^2)}}{2\sqrt{s}}, \quad E_a = \frac{s - m_a^2 - m_b^2}{2m_b}, \quad m_b |\vec{p}_a| = \sqrt{s} |\vec{p}_i^*|. \quad (6)$$

5. Montrer que  $dt = 2|\vec{p}_i^*||\vec{p}_f^*| d\cos\theta^*$  où  $t = (p_a - p_1)^2$  est une des variables de Mandelstam et en déduire

$$\frac{d\sigma}{dt d\phi} = \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2}{128\pi^2 s |\vec{p}_i^*|^2}. \quad (7)$$

6. Montrer que

$$t = m_2^2 - m_b^2 + 2m_b(E_1 - E_a) = m_a^2 + m_1^2 - 2E_1 E_a + 2|\vec{p}_a||\vec{p}_1| \cos\theta \quad (8)$$

et en déduire

$$\frac{dE_1}{d\cos\theta} = \frac{|\vec{p}_a||\vec{p}_1|^2}{(E_a + m_b)|\vec{p}_1| - E_1|\vec{p}_a| \cos\theta}. \quad (9)$$

7. Montrer que

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2}{64\pi^2} \frac{|\vec{p}_1|^2}{m_b |\vec{p}_a|} \frac{1}{(E_a + m_b)|\vec{p}_1| - E_1|\vec{p}_a| \cos\theta}. \quad (10)$$

8. Montrer que lorsque l'on considère la diffusion élastique  $e^-p \rightarrow e^-p$  (c'est-à-dire  $a = 1 = e^-$  et  $b = 2 = p$ ) avec  $E_a \gg m_e$  et  $E_1 \gg m_e$ , la formule précédente se simplifie en

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2}{64\pi^2} \frac{1}{(E_a + m_p - E_a \cos\theta)^2}. \quad (11)$$

### Exercice 3

Un neutrino  $\nu_\mu$  d'énergie 1 GeV est envoyé sur un bloc de fer d'épaisseur 1 mètre. Le fer est constitué d'atomes possédant 26 protons et 30 neutrons, et sa densité est  $\rho = 7874 \text{ kg/m}^3$ . On suppose que la section efficace d'interaction moyenne entre un neutrino et un nucléon est  $\sigma = 8 \times 10^{-39} \text{ cm}^2$ . Calculer la probabilité que le neutrino interagisse dans le bloc de fer.