Physique des particules – TD8

www.antoinebourget.org/teaching/particules/

Exercice 1

1. Montrer que l'équation de Klein-Gordon $(\partial^\mu \partial_\mu - m^2)\varphi = 0$ pour un champ scalaire φ complexe est invariante sous la transformation $\varphi \to e^{i\alpha}\varphi$ où α est une constante réelle (c'est-à-dire que cette transformation envoie une solution de l'équation sur une solution de l'équation).

2. On voudrait maintenant que l'équation soit aussi invariante sous la transformation $\varphi \to e^{i\alpha}\varphi$, avec cette fois $\alpha = \alpha(x)$ une fonction réelle de l'espace-temps. Montrer que cela n'est pas le cas pour l'équation initiale, mais que c'est le cas si on ajoute un champ A_μ, que l'on prend à la place l'équation $(D^\mu D_\mu - m^2)\varphi = 0$ avec $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$ et la transformation $A_\mu \to A_\mu + \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha$. On dit que l'équation est invariante de jauge.

3. On définit
$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \,. \tag{1}$$
Montrer que $F_{\mu\nu}$ est invariant de jauge. Donner l'interprétation électromagnétique.

4. Vérifier que les résultats des questions précédentes peuvent s'écrire sous la forme suivante:
   - Transformation de jauge
   $$\boxed{\varphi \to U\varphi \,, \qquad A_\mu \to U\left(A_\mu + \frac{i}{g}\partial_\mu\right)U^\dagger} \tag{2}$$
   avec $U = U(x) \in G$;
   - Dérivée covariante et tenseur F:
   $$\boxed{D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu \,, \qquad [D_\mu, D_\nu] = -igF_{\mu\nu}}\,, \tag{3}$$

   avec le groupe $G = U(1)$.

5. On veut maintenant faire de même avec le groupe $G = SU(3)$. On peut écrire $U(x) = e^{i\alpha(x)}$ avec $\alpha(x) = \sum_{a=1}^{8} \alpha^a(x)\hat{T}^a$, et on utilise les équations (2) et (3). Dans quelles représentations se transforment φ et A_μ dans le cas où α ne dépend pas de x ? Donner les transformations explicites des composantes A_μ^a de $A_\mu = A_\mu^a \hat{T}^a$.

6. Calculer explicitement les composantes de $F_{\mu\nu}$ selon la définition (3) et comparer à l'expression (1) obtenue dans le cas $G = U(1)$.

7. Montrer que le Lagrangien
$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D^\mu\varphi)^\dagger(D_\mu\varphi) - m^2\varphi^\dagger\varphi \tag{4}$$
est invariant de jauge.

Exercice 2

Regarder les vidéos suivantes :

- ATLAS - Episode 1 - A New Hope
- ATLAS - Episode 2 - The Particles Strike Back (Part 1)
- ATLAS - Episode 2 - The Particles Strike Back (Part 2)
- 360° tour: ATLAS Experiment - Inside CERN's largest detector!