Physique des particules – TD3

www.antoinebourget.org/teaching/particules/

Exercice 1 : Energie

1. Dans un collisionneur, des électrons d'énergie 27,5 GeV sont collisionés frontalement avec des protons d'énergie 820 GeV. Calculer l'énergie dans le référentiel du centre de masse.

2. Dans le référentiel du laboratoire, on considère un proton d'énergie E qui entre en collision avec un antiproton au repos. A quelle condition sur E le processus

$$p + \bar{p} \longrightarrow p + p + \bar{p} + \bar{p}$$

   est-il permis cinématiquement ?

Exercice 2 : Théorie des perturbations

On considère un Hamiltonien en mécanique quantique non relativiste sous la forme $H_0 + H'$, et on veut traiter H' comme une petite perturbation de H_0. On introduit une base d'état propres de H_0 : $H_0|\phi_k\rangle = E_k|\phi_k\rangle$. On considère l'évolution d'un état $|\psi(t)\rangle$ avec $|\psi(t=0)\rangle = |\phi_i\rangle$ pour un certain indice i. On décompose l'état dans la base d'états propres de H_0:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} C_k(t)|\phi_k\rangle.$$

1. Pourquoi est-il intéressant de poser $c_k(t) = C_k(t)e^{iE_k t}$?

2. Donner l'équation différentielle régissant l'évolution de $c_k(t)$ au premier ordre en théorie des perturbations.

3. Donner la même équation différentielle, cette fois au deuxième ordre.

4. La règle d'or de Fermi s'écrit $\Gamma_{fi} = 2\pi|T_{fi}|^2\rho(E_i)$. Expliquer chacun des termes de cette formule (nom, définition, sens physique), donner leur unité naturelle et leur unité SI.

5. Exprimer l'élément de matrice de transition T_{fi} au premier, deuxième et troisième ordre en théorie des perturbations.

Exercice 3 : Particules virtuelles

On considère une théorie avec un unique type de particule ϕ, dont on note m la masse. Ces particules interagissent d'une seule façon : la théorie possède un unique vertex dans les diagrammes de Feynman, ce vertex est une interaction à trois particules, et l'élément de matrice invariant de Lorentz pour une interaction élémentaire est donné par

$$\mathcal{M}_{1+2\to 3} = \mathcal{M}_{1\to 2+3} = g$$

avec g la constante de couplage.
On considère le processus $1+2 \to 3+4$. On note p_1, p_2, p_3, p_4 les quadrivecteurs quantité de mouvement pour les quatre particules. On définit les variables de Mandelstam

$$s = (p_1+p_2)^2, \qquad t = (p_1-p_3)^2, \qquad u = (p_1-p_4)^2.$$

1. Montrer que $s+t+u = 4m^2$.

2. Dessiner les trois diagrammes de Feynman à l'ordre g^2. On appelle q la quantité de mouvement de la particule virtuelle. Identifier q^2 avec les variables de Mandelstam.

3. On considère le diagramme correspondant au canal s. Dessiner les deux diagrammes de Feynman ordonnés dans le temps. On les appelle (1) et (2).

4. Rappeler le lien entre l'élément de matrice invariant de Lorentz $\mathcal{M}_{fi}$ et l'élément de matrice T_{fi} apparaissant dans la règle d'or de Fermi.

5. Calculer les éléments de matrices invariants $\mathcal{M}^{(1)}$ et $\mathcal{M}^{(2)}$ correspondant aux deux diagrammes ordonnés dans le temps en utilisant la théorie des perturbations à l'ordre 2.

6. Montrer que dans le canal s, l'amplitude totale est

   $$\mathcal{M} = \frac{g^2}{s-m^2}.$$

   Comparer avec le canal t.