Physique des particules – TD2

www.antoinebourget.org/teaching/particules/

Exercice 1 : Unités naturelles

1. Comment est définie l'unité électronvolt ?
2. La durée de vie d'un boson W est environ 0.5 GeV^{-1}. Donner cette durée de vie en unités SI.
3. La masse d'un électron est de environ $9,1 \times 10^{-31}$ kg. Donner cette masse en eV.
4. Une particule de masse 3 GeV est en mouvement rectiligne uniforme avec une quantité de mouvement de 4 GeV. Calculer son énergie et sa vitesse.

Exercice 2 : Désintégration du baryon Λ^0

Dans un accélérateur de particule, un baryon Λ^0 (composé des quarks uds) est produit au point de collision. A 35 cm de ce point de collision, il se désintègre en $\Lambda^0 \longrightarrow \pi^- + p$, et on mesure les impulsions du pion (0,75 GeV) et du proton (4,25 GeV), ainsi que l'angle formé par les trajectoires de ces deux particules (9 degrés). On rappelle que la masse du pion est de 139,6 MeV et celle du proton est 938,3 MeV.

1. Expliquer comment sont effectuées ces mesures expérimentales.
2. Dessiner un diagramme de Feynman pour cette désintégration.
3. Calculer les vitesses du pion et du proton.
4. Calculer la masse du Λ^0 à partir de ces données expérimentales.
5. Calculer la durée de vie du Λ^0. La comparer avec la durée de vie du baryon Δ^+, qui est de l'ordre de 10^{-23} secondes.

Exercice 3 : la "fonction" δ

Toutes les fonctions dans cet exercice sont supposées $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. La "fonction" δ de Dirac est une distribution, c'est-à-dire qu'elle est définie par la relation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x-a)\mathrm{d}x = f(a)$$

pour toute fonction suffisamment régulière f et tout réel a. La transformée de Fourier $\mathcal{F}(f)$ d'une fonction f et la transformée inverse $\mathcal{F}^{-1}(g)$ d'une fonction g sont définies par

$$\mathcal{F}(f)(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ikx}\mathrm{d}x\,, \qquad \mathcal{F}^{-1}(g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(k)e^{+ikx}\frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\,.$$

1. Calculer la transformée de Fourier de la Gaussienne

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right)$$

   et vérifier que $\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(f)) = f$.

2. Calculer $\mathcal{F}(\delta)$ et en déduire l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{+ikx} \mathrm{d}k \,.$$

3. Montrer que si f est une fonction lisse s'annulant uniquement en $a_1, \dots, a_n$ alors

$$\delta(f(x)) = \sum_{k=1}^{n} \frac{\delta(x-a_k)}{|f'(a_k)|} \,.$$