Physique des particules – TD14

www.antoinebourget.org/teaching/particules/

Supposons qu'il existe N générations de neutrinos. On note $|\nu_\alpha\rangle$ (pour $\alpha = e, \mu, \tau, ...$ un indice prenant valeur dans les N générations) les états propres de saveur, et $|\nu_k\rangle$ (pour $k = 1, 2, ..., N$) les états propres de masse. Ces deux types d'états sont reliés par une relation de la forme $|\nu_\alpha\rangle = U_{\alpha k}|\nu_k\rangle$, avec la convention de sommation sur l'indice répété k, et les coefficients $U_{\alpha k}$ sont ceux d'une matrice unitaire $U \in U(N)$.

1. Donner la dimension du groupe $U(N)$. Quel est le sous-groupe de $U(N)$ constitué de matrices à coefficients réels ? Quelle est sa dimension ? En déduire le nombre d'angles et de phases dont dépend a priori une matrice unitaire de $U(N)$.

2. Montrer que $2N - 1$ angles peuvent être absorbés par des redéfinitions des états de base, et conclure sur le nombre d'angles et de phases dont dépend physiquement U.

3. On considère une source de neutrinos et un détecteur situé à une distance L. Celui-ci détecte des neutrinos émis par la source après un temps $T \sim L$. En faisant comme dans le cours, montrer que la probabilité $P(\nu_\alpha \to \nu_\beta)$ d'observer une oscillation est

$$P(\nu_\alpha \to \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 2\mathrm{Re}\left(\sum_{1\leq i<j\leq N} U^\star_{\alpha i}U_{\beta i}U_{\alpha j}U^\star_{\beta j}(1 - e^{-2i\Delta_{ij}})\right)$$

   avec $\Delta_{ij} = \frac{1}{2}(\phi_i - \phi_j)$ et $\phi_i = E_iT - p_iL$.

4. En supposant que $p_i = p_j$, montrer que

$$\Delta_{ij} \sim \frac{L(m_i^2 - m_j^2)}{4p} \, .$$

5. Ecrire l'expression simplifiée de $P(\nu_\alpha \to \nu_\alpha)$ en utilisant cette approximation. Ecrire explicitement le résultat pour $N = 2$ et $N = 3$.

6. Que devient la probabilité $P(\nu_\alpha \to \nu_\beta)$ sous l'effet des 8 transformations discrètes générées par $\hat{C}$, $\hat{P}$, et $\hat{T}$? A partir de quelle valeur de N est-il possible d'observer une violation de $\hat{C}\hat{P}$?